

UAA 3 : Asymptotes

1. Recherche les équations de toutes les asymptotes au graphique. Pour les 6 premières, positionne le graphique par rapport à ces asymptotes ; détermine les coordonnées des points d'intersection du graphique avec les axes du repère et esquisse le graphique de f.

$$1) y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$11) y = \frac{x^3 - 1}{2x - 1}$$

$$2) y = \frac{2x^2 - 3}{x + 1}$$

$$12) y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

$$3) y = \frac{x + 3}{x^2 - 5x + 6}$$

$$13) y = 3x + 1 + \frac{2x - 1}{4x^2 + 4x + 1}$$

$$4) y = \frac{4 - x^2}{x - 3}$$

$$14) y = 1 - \frac{2}{x^2 + x - 2}$$

$$5) y = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}$$

$$15) y = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 4x + 3}$$

$$6) y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$$

$$16) y = \frac{-x^3 - 4x}{x^2 - 4x + 3}$$

$$7) y = \frac{2x^2 + x - 1}{3x + 1}$$

$$17) y = \frac{x^3 - x^2}{2x^3 + x^2 - 13x + 6}$$

$$8) y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{4x^3 - x + 4x^2 - 1}$$

$$18) y = \frac{-5x^3 + 4x^2}{2x^3 + x^2 + 1}$$

$$9) y = \frac{x^2 + 1}{4x^3 - 9x}$$

$$19) y = \frac{3x^3 + 2x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$10) y = \frac{3 - 4x + x^2}{2x + 3}$$

Rép :

$$1) AH \equiv y = 1 \quad AV \equiv x = -1, x = 1$$

$$11) AV \equiv x = 1/2$$

$$2) AV \equiv x = -1 \quad AO \equiv y = 2x - 2$$

$$12) AV \equiv x = -3, x = -1 \quad AO \equiv y = x - 4$$

$$3) AH \equiv y = 0 \quad AV \equiv x = 2, x = 3$$

$$13) AV \equiv x = -1/2 \quad AO \equiv y = 3x + 1$$

$$4) AV \equiv x = 3 \quad AO \equiv y = -x - 3$$

$$14) AH \equiv y = 1 \quad AV \equiv x = -2, x = 1$$

$$5) AO \equiv y = x - 1$$

$$15) AV \equiv x = -3, x = -1 \quad AO \equiv y = x - 4$$

$$6) AH \equiv y = 1 \quad AV \equiv x = 3, \text{Pt creux } (1, 1/2)$$

$$16) AV \equiv x = 3, x = 1 \quad AO \equiv y = -x + 4$$

$$7) AV \equiv x = -1/3 \quad AO \equiv y = 2/3 x + 1/9,$$

$$17) AH \equiv y = 1/2 \quad AV \equiv x = -3, x = 1/2, x = 2$$

$$8) AH \equiv y = 0 \quad AV \equiv x = 1/2, \text{Pt creux } (-1/2, -1) \text{ et } (-1, -1/3) \quad 18) AH \equiv y = -5/2 \quad AV \equiv x = -1$$

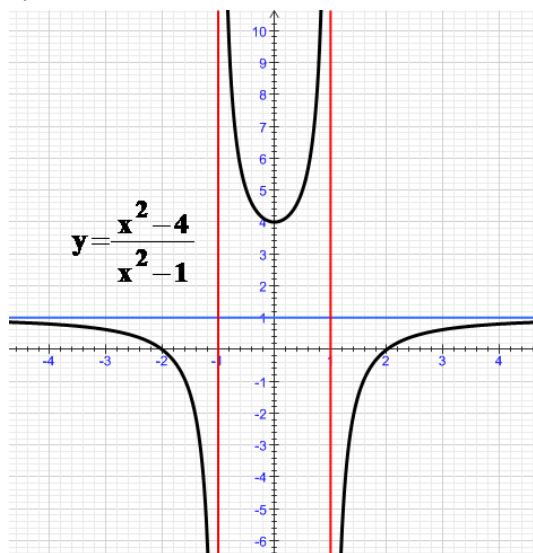
$$9) AH \equiv y = 0 \quad AV \equiv x = 0, x = -3/2, x = 3/2$$

$$19) AV \equiv x = -1/2, x = 2 \quad AO \equiv y = 3/2 x + 13/4$$

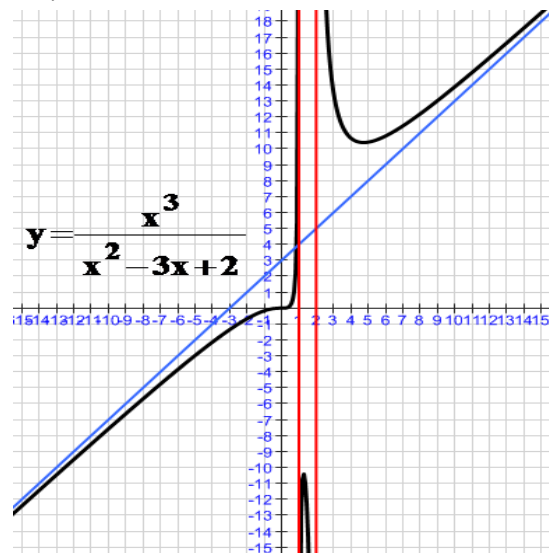
$$10) AV \equiv x = -3/2 \quad AO \equiv y = 1/2 x - 11/4$$

2. Déterminer m et p pour que la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \frac{mx-2}{2x+p}$ admette une asymptote horizontale $y = 3/2$ et une asymptote verticale $x = 2$. Rép : $m = 3$ et $p = -4$
3. Déterminer m et p pour que la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \frac{mx^2 + px + 1}{2x + 3}$ admette une asymptote oblique $y = x - 2$. Rép : $m = 2$ et $p = 1$
4. Déterminer m et p pour que la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \frac{mx^2 + px + q}{x - 1}$ admette une asymptote oblique $y = -x - 3$. Rép : $m = -1$ et $p = -2$ et $q \in \mathbb{R}$
5. Inventer une fonction qui admet une asymptote horizontale $y = 2$ et deux asymptotes verticales $x = -3$ et $x = 1$. Rép : $y = 1 + (ax + b)/(x + 3)(x - 1)$
6. Pour les fonctions ci-dessous, donner les différentes asymptotes et pour les asymptotes verticales, donner les limites à gauche et à droite :

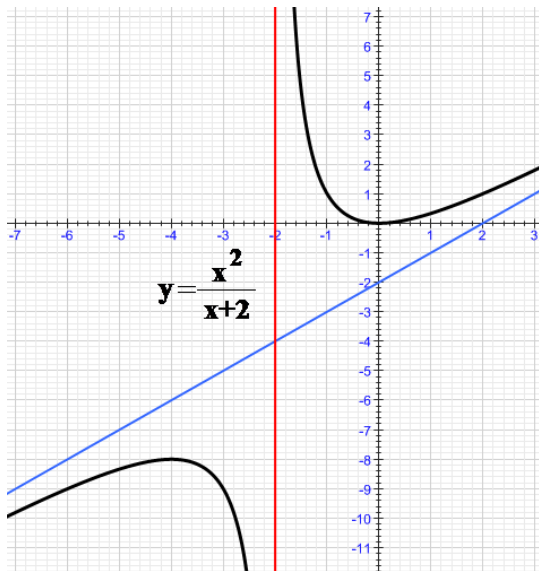
a)



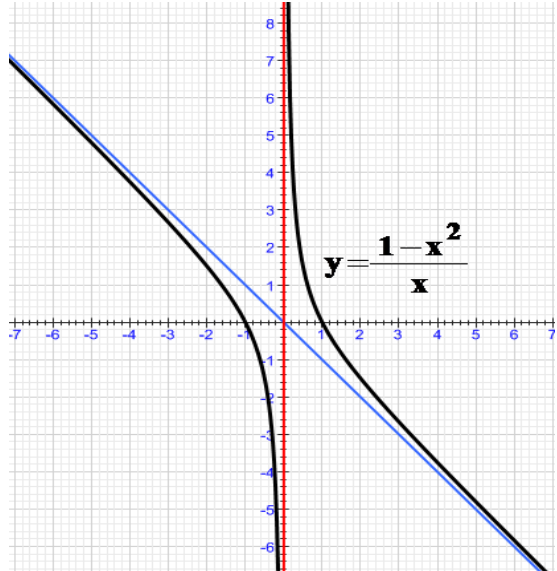
b)



c)



d)



Rép : a) AH $\equiv y = 1$, AV $\equiv x = -1$ et $x = 1$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f = -\infty$

b) AV $\equiv x = 1$ et $x = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f = +\infty$ AO $\equiv y = x + 3$

c) AV $\equiv x = -2$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} f = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f = +\infty$ AO $\equiv y = x - 2$

d) AV $\equiv x = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f = +\infty$ AO $\equiv y = -x$

7. Inventer une fonction qui :

a) admet une AH $\equiv y = 1$ et deux AV $\equiv x = 3$ et $x = 4$

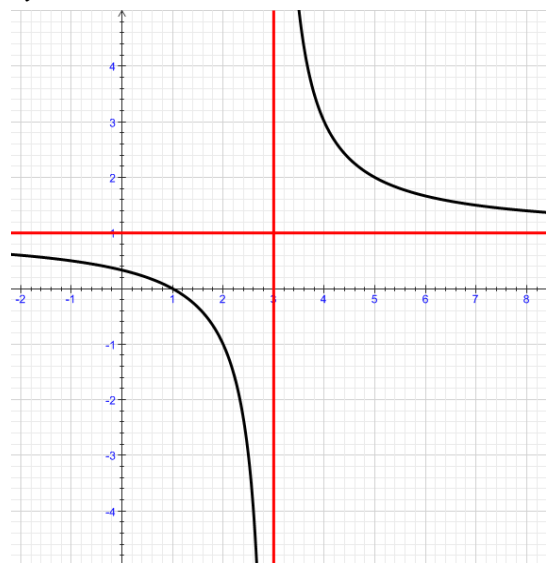
b) admet une AO $\equiv y = 2x - 1$ et une AV $\equiv x = -1$

c) admet une AH $\equiv y = -2$ et deux AV $\equiv x = -3$ et $x = 3$

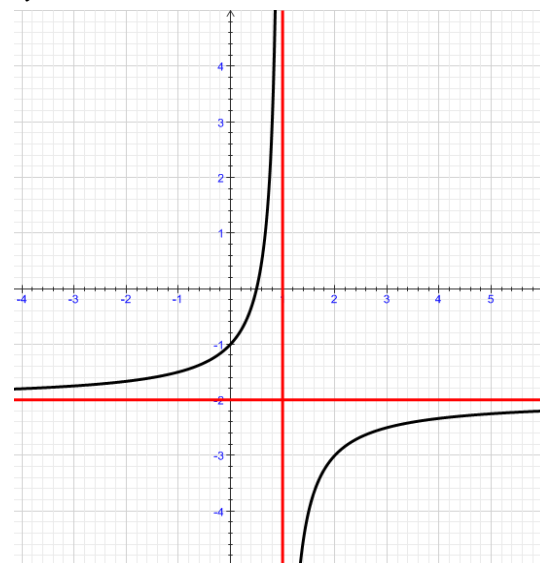
Rép : a) $y = 1 + \frac{ax+b}{(x-3)(x-4)}$ b) $y = 2x - 1 + \frac{a}{x+1}$ c) $y = -2 + \frac{ax+b}{(x-3)(x+3)}$

8. Pour les fonctions ci-dessous, déterminer leur expression analytique à partir des asymptotes et d'un ou plusieurs points :

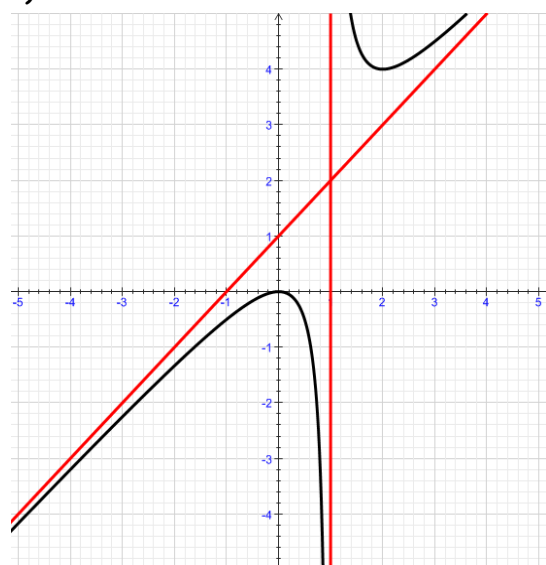
a)



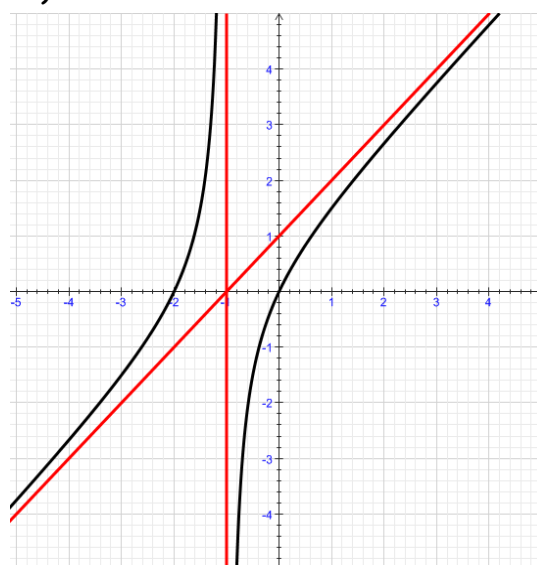
b)



9. c)



d)



Rép : **a)** $y = 1 + \frac{2}{x-3}$ **b)** $y = -2 - \frac{1}{x-1}$ **c)** $y = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ **d)** $y = x + 1 - \frac{1}{x+1}$